

На правах рукописи



Суменков Олег Юрьевич

**Методы, алгоритмы и программные средства повышения
точностных характеристик промышленных манипуляторов**

2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Работа была выполнена в научном центре информационных технологий и искусственного интеллекта Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования «Научно-технологический университет «Сириус».

Научный руководитель: Гусев Сергей Владимирович,
кандидат физико-математических наук, доцент
Автономная некоммерческая образовательная организация высшего
образования «Научно-технологический университет «Сириус»

Защита состоится 11 ноября 2026 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета НТУ.2.3.1.16 в АНОО ВО «Университет «Сириус» по адресу 354340, Краснодарский край, федеральная территория «Сириус», Олимпийский пр., д. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте АНОО ВО «Университет «Сириус» <https://siriusuniversity.ru/sveden/science/obyavleniya-o-zashchitakh/>.

Автореферат разослан «10» ноября 2026 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук,
доцент



Рябикова Т.В.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования Точность позиционирования промышленных манипуляторов — ключевой фактор надежности и экономической эффективности роботизированных технологических процессов, особенно в авиакосмической промышленности, атомной энергетике, прецизионном машиностроении и ряде других сфер. В этих отраслях даже субмиллиметровые отклонения способны приводить к критическому снижению качества продукции, росту брака или аварийным ситуациям.

Современные манипуляторы демонстрируют высокую повторяемость позиционирования (например, у модели ABB IRB 1600 она составляет 0,05 мм), однако абсолютная точность на практике не может быть гарантирована ни при вводе оборудования в эксплуатацию, ни в ходе длительной работы в силу влияния различных факторов, которые принято подразделять на производственные и эксплуатационные.

К первым относятся погрешности изготовления компонентов и дефекты сборки манипуляторов. Ко вторым — износ и отклонения осей вращения сочленений от номинального положения, изменение длин звеньев (геометрические ошибки), изменение тензоров инерции звеньев, коэффициентов демпфирования и жесткости шарниров (динамические ошибки), а также воздействие сил трения различной природы в шарнирах, изменение параметров редукторов, влияние различных нелинейных эффектов, проявляющихся при выполнении движений.

Существенная часть ошибки позиционирования манипулятора вызывается изменением его геометрических параметров. Именно поэтому с массовым появлением манипуляторов на производствах возникла насущная потребность в полной или частичной компенсации перечисленных явлений путем *калибровки* кинематической модели робота, то есть уточнения геометрических параметров, используемых при планировании движения и непосредственном управлении.

В свою очередь, динамические параметры зачастую сложнее идентифицировать в точности и для их компенсации, так же как и для означенных выше нелинейных эффектов, целесообразно применять робастные системы управления, синтез которых также является актуальной задачей, особенно при наличии встроенной системой управления приводом манипулятора.

Степень разработанности темы Кинематическая калибровка манипулятора подразделяется на следующие этапы [Mooring и др. 1991]: моделирование, измерение, идентификация и коррекция.

Этап *моделирования* подразумевает выбор конкретной кинематической модели — отображения из пространства конфигураций шарниров и геометрических параметров манипулятора в позу (положение и ориентацию) системы координат, связанной с концом инструмента, в рабочем (декартовом) пространстве. Для наиболее распространенной модели — Денавита–Хартенберга (Denavit–Hartenberg) — в [Hayati 1983; Mooring 1983] был обнаружен существенный недостаток для задач калибровки и идентификации параметров манипулятора — сколь угодно малые изменения в геометрии манипулятора вызывают скачок параметров модели для соседних номинально параллельных шарниров.

Впоследствии были предложены альтернативные способы параметризации кинематики [Brockett 1984; Hayati 1983; Mooring, Tang 1984; Stone и др. 1986; Veitschegger, Wu 1986; Zhuang и др. 1990]. Как в ранних моделях, так и в более поздних отмечалось, что результат калибровки для конкретного кинематического представления может *существенно различаться*, в частности из-за численных методов (см., например, [Zhuang и др. 1990; Xuan, Xu 2014; Károlyi и др. 2026; Malyshev, Kulminskij 2026]). Отсюда возникла задача: как пересчитать одну кинематическую модель в другую [Murray и др. 1994; Zhuang и др. 1990], и в ряде работ [Zhuang и др. 1990; Murray и др. 1994; Lynch, Park 2017; Wu и др. 2017; Kuti, Galambos 2024] такие пересчеты были осуществлены, но *лишь для части* распространенных параметризаций.

На этапе *измерения* в зависимости от типа калибровки [Siciliano, Khatib 2008] (с использованием внешних измерителей — open-loop, или с помощью внешних ограничений — closed-loop) определяются и фиксируются либо позы инструмента (их компоненты) и конфигурации (координаты шарниров) манипулятора, либо только конфигурации. В качестве внешних высокоточных измерителей обыкновенно применяют лазерный трекер [Nubiola, Bonev 2013; Yang и др. 2014; Klimchik и др. 2015; Toan, Khoi 2018], системы технического зрения [Daneu и др. 2005; Meng, Zhuang 2007; Boby и др. 2021; Balanji и др. 2022] и координатно-измерительные машины [Gharaaty и др. 2018; Kolyubin и др. 2019]. В качестве внешних ограничений — когда инструмент вместе с ограничением формирует замкнутую кинематическую цепь (close-loop) — наиболее часто применяются точечный контакт [Meggiolaro и др. 2000; Gatla и др. 2007], плоскости [Ikits, Hollerbach, 1997; Khalil и др. 2000; Hage и др. 2011; Joubair, Bonev 2015] и др. [Joubair, Bonev 2014; Yang и др. 2024]. Данный класс методов хорошо зарекомендовал себя в условиях, когда использование высокоточного метрологического оборудования невозможно или нецелесообразно по требованиям технологического процесса. Однако в указанных выше работах параметры ограничений (в частности, положение и ориентация) предполагались полностью известными и определялись элементами стороннего оборудования, *не входящего в состав робототехнической ячейки*. Преодоление указанного ограничения положено в основу разрабатываемого в диссертационном исследовании метода.

На этапе *идентификации* в зависимости от типа калибровки задача оптимизации формируется так, чтобы либо уменьшить рассогласование между измерениями, полученными с помощью внешних измерителей, и позой манипулятора, полученной с помощью модели, либо обеспечить, чтобы позы манипулятора, полученные с помощью искомых кинематических параметров, удовлетворяли внешним ограничениям (например, чтобы все принадлежали одной плоскости). В последнюю очередь кинематические параметры реального робота *корректируются* в соответствии с ранее полученным решением оптимизационной задачи.

Применительно к задаче управления движением в условиях возмущений, неучтенной динамики и других нелинейных эффектов в работе рассматриваются регуляторы на скользящих режимах, что обусловлено их высокой робастностью [Drazenović 1969; Уткин 1974]. Для управления приводом манипулятора среди таких регуляторов целесообразно выделить алгоритм «Супер-Скручивания» [Емельянов и др. 1990; Levant 1993]. Данный алгоритм формирует непрерывный сигнал управления и, реализуя скользящий режим второго порядка, обеспечивает сходимость как положения, так и скорости при измерении только положения. Это свойство

является существенным, поскольку в известных работах в качестве разрывного управления использовался момент на валах двигателей [Cruz-Zavala и др. 2026; Feng и др. 2002; Rehan и др. 2025; Tabarez и др. 2026] либо требовалось его непосредственное измерение (по токам в приводах) [Краснова и др. 2014], что для ряда промышленных манипуляторов невыполнимо. Указанные особенности способствовали его широкому использованию в различных приложениях [Pisano, Usai 2008; Castillo, Freidovich 2020; Kaplan, Bodur 2021; Estrada и др. 2024; Iglesias-Rios и др. 2024].

Однако даже при *непрерывном сигнале управления* в системе с неидеальностями неизбежно возникают [Boiko, Fridman 2005] высокочастотные колебания, называемые *чаттерингом*. Полностью устранить их невозможно, но амплитуду можно регулировать путем настройки коэффициентов регулятора. В данной задаче хорошо зарекомендовали себя частотные методы: метод описывающей функции (гармонической линеаризации) и гармонического баланса [Гольдфарб 1961; Браверман и др. 1975; Atherton, Towill 1977], а также метод годографа возмущенной релейной системы [Boiko 1999; 2005; Бойко 2009].

В частности, частотные методы применялись для анализа и синтеза различных типов регуляторов на скользящих режимах [Boiko 2006; Piloni и др. 2012; Rosales, Boiko 2015; Shtessel и др. 2017; Martínez-Fuentes и др. 2021], в том числе и для алгоритма «Супер-Скручивания» для объекта управления в виде чистого интегратора [Perez-Ventura, Fridman 2019a; 2019b], где коэффициенты алгоритма корректировались с целью минимизации чаттеринга при различных неидеальностях, таких как звено чистого запаздывания или критически демпфированное звено второго порядка.

Однако аналитические выражения для оценки амплитуды и частоты чаттеринга получены в предположении, что динамика системы описывается моделью идеального интегратора. Данное ограничение существенно сужает область применения этих результатов и оставляет открытым вопрос об их использовании для управления динамическими объектами, в частности приводами промышленных манипуляторов.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационного исследования является разработка методов, алгоритмов и программных средств повышения точностных характеристик промышленных манипуляторов на основе улучшения кинематической модели и методов робастного управления движением.

Для достижения указанной цели были поставлены следующие задачи:

1. Разработать аналитические алгоритмы взаимного пересчета параметров кинематических моделей промышленного манипулятора и выполнить их программную реализацию.
2. Предложить метод автоматизированной кинематической калибровки манипулятора с использованием ограничений в виде плоскостей и электрического контакта, включающий процедуры сбора данных, идентификации параметров и коррекции модели. Экспериментально подтвердить его работоспособность на промышленном манипуляторе.
3. Развить методику настройки коэффициентов алгоритма «Супер-Скручивания», основанную на идентификации устойчивой системы в специальной форме и

обеспечивающую минимальную амплитуду высокочастотных колебаний (чаттеринга) выходного сигнала.

4. Адаптировать предложенную методику настройки алгоритма «Супер-Скручивания» к задаче управления скоростью звеньев промышленного манипулятора с учетом наличия встроенной системы управления.
5. Провести экспериментальную проверку предложенных методов, методик, алгоритмов и их программных реализаций.

Все поставленные задачи были решены.

Объектом исследования является промышленный робот с последовательной кинематикой при выполнении технологических операций, связанных с перемещением рабочего органа по заданным точкам и траектории.

Предметом исследования являются методы кинематической калибровки, модели кинематики и алгоритмы робастного управления, обеспечивающие повышение точности позиционирования и стабилизацию движения промышленного манипулятора.

Научная новизна: Все основные результаты диссертации являются новыми. Результаты опубликованы в международных рецензируемых научных журналах.

1. Впервые разработаны аналитические алгоритмы взаимного пересчета параметров между четырьмя распространенными кинематическими моделями: моделью Хаяти (НАУ), полной параметрически непрерывной моделью (СРС) и моделью на основе произведения матричных экспонент (РОЕ), в частности РОЕ–СРС, РОЕ–НАУ и НАУ–СРС. Для предложенных алгоритмов аналитически доказана точность преобразования, что устраняет необходимость применения численных процедур и связанных с ними погрешностей.
2. Предложен новый метод автоматизированной кинематической калибровки манипулятора и вспомогательного оборудования (робота-позиционера) в составе роботизированной ячейки, основанный на электрическом контакте и ограничениях в виде плоскостей. В отличие от известных подходов, он не требует применения дорогостоящих внешних измерительных систем и позволяет одновременно калибровать параметры обоих объектов.
3. Разработана методика настройки коэффициентов алгоритма «Супер-Скручивания», которая в отличие от существующих подходов использует идентификацию устойчивой системы в специальной форме и позволяет минимизировать амплитуду высокочастотных колебаний (чаттеринга) выходного сигнала.
4. Впервые выполнена адаптация указанной методики настройки алгоритма «Супер-Скручивания» для промышленных манипуляторов, в которых управление осуществляется по скорости и/или положению. Это расширяет область применения робастных регуляторов данного класса на реальные промышленные объекты с учетом их встроенной системы управления.

Теоретическая и практическая значимость Теоретическая значимость диссертационного исследования состоит в аналитическом обосновании точности взаимного пересчета параметров кинематических моделей манипуляторов, выполненном с использованием

аппарата теории групп Ли, а также в разработке методики настройки коэффициентов алгоритма «Супер-Скручивания», которая, в отличие от известных подходов, ориентированных на объекты управления, описываемые чистым интегратором, позволяет минимизировать амплитуду высокочастотных колебаний (чаттеринга) применительно к более общему случаю апериодического звена первого порядка с запаздыванием.

Практическая значимость работы определяется тем, что предложенные алгоритмы калибровки, методика настройки регулятора и их программные реализации позволяют повысить точность позиционирования промышленных манипуляторов только за счет использования разработанных программных средств, без привлечения дорогостоящего внешнего измерительного оборудования. Разработанный метод калибровки, основанный на электрическом контакте и ограничениях в виде плоскостей, может быть непосредственно интегрирован в существующие роботизированные ячейки и использован для одновременной калибровки манипулятора и вспомогательного оборудования в автоматическом режиме. Это делает предложенный подход доступным для внедрения на предприятиях различного профиля, в том числе с ограниченным бюджетом на метрологическое обеспечение, а также на производствах с агрессивной внешней средой, где присутствие человека нежелательно.

Значимость работы также подтверждена участием в научно-исследовательском проекте № 23-79-10213 «Разработка методов интеллектуального управления робототехнической системой в условиях меняющейся внешней среды для автоматической сборки», 2023–2026 гг. (РНФ, Основной исполнитель).

Соответствие паспорту специальности Тема и результаты диссертации соответствуют паспорту научной специальности 2.3.1 — «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» в части разработки и исследования методов, алгоритмов и калибровки, идентификации параметров и управления промышленными манипуляторами, а также соответствующего программного обеспечения.

Методология и методы исследования Теоретическую и методологическую основу диссертационного исследования составили методы системного анализа, теории автоматического управления, математического моделирования и численные методы оптимизации.

Для аналитического обоснования точности взаимного пересчета параметров кинематических моделей манипуляторов использовались положения теории групп Ли и аппарат матричных экспонент. При разработке методики настройки коэффициентов алгоритма «Супер-Скручивания» применялись частотные методы анализа нелинейных систем, в том числе метод гармонического баланса и описывающей функции. Задачи кинематической калибровки решались с использованием методов нелинейной оптимизации.

Экспериментальные исследования на промышленном манипуляторе проводились с применением разработанных программных средств, реализованных в средах MATLAB, RobotStudio.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Аналитические преобразования параметров кинематических моделей манипуляторов, охватывающие модель Хаяти, полную параметрическую непрерывную модель, модель

на основе произведения матричных экспонент и представление Денавита–Хартенберга, и реализованные на их основе алгоритмы.

2. Метод автоматизированной калибровки кинематических параметров манипулятора в составе роботизированной ячейки на основе электрического контакта и ограничений в виде плоскостей.
3. Методика и программная реализация настройки коэффициентов алгоритма «Супер-Скручивания», использующая идентификацию устойчивой системы в специальной форме и гарантирующая наименьшую амплитуду колебаний выхода системы.
4. Адаптация и программная реализация предложенной методики для промышленных манипуляторов, в которых осуществляется управление скоростью звена.

Степень достоверности результатов. Достоверность полученных результатов обеспечивается математически строгими доказательствами для алгоритмов пересчета параметров кинематических моделей, применением апробированных частотных методов анализа и синтеза, а также согласованностью теоретических утверждений с результатами компьютерного моделирования и натурных экспериментов.

Апробация результатов работы. Основные результаты работы были представлены на следующих конференциях:

- «Всероссийской конференции молодых ученых-механиков имени академика Г. Г. Черного», Пансионат МГУ «Буревестник», Сочи, 2023;
- 9th International Conference on Interactive Collaborative Robotics», Мехико, Мексика, 2024;
- 17th International Workshop on Variable Structure Systems and Sliding Mode Control (VSS), Абу-Даби, ОАЭ, 2024;
- International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), Сочи, 2025
- 43th International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Вена, Австрия, 2026;

а также на школе-конференции «Современные методы робототехники и теории управления», федеральная территория «Сириус», 2025; «Зимней онлайн школе автоматизации и робототехники» ИШИТР ТПУ, Томск, 2025; семинарах направления «Математическая робототехника» НЦ ИТиИИ Университета «Сириус». Часть результатов диссертации использованы в работах по проекту, реализуемого в рамках государственной программы федеральной территории «Сириус» «Научно-технологическое развитие федеральной территории «Сириус» (Соглашение № 18-03 от 10.09.2024).

Личный вклад Все основные результаты диссертационного исследования получены автором лично. Постановка задач и общее научное руководство осуществлялись научным руководителем С. В. Гусевым. В работе [1] научному руководителю принадлежат постановка задачи, определение методологии исследования и консультативное участие. Разработка алгоритмов, методика валидации, проведение численных экспериментов и подготовка текстов выполнены автором лично. Экспериментальные исследования проводились совместно с Д. Д. Кульминским. В работах [2, 3], все теоретические результаты, алгоритмы и текст получены автором самостоятельно. В работах по управлению на скользящих режимах [4–6] общая

постановка задачи и редактирование текстов выполнялись совместно С. В. Гусевым и Л. М. Фридманом. Теоретическое и методологическое руководство исследованиями в этой части осуществлялось Л. М. Фридманом, включая выбор направления исследований, обсуждение и корректировку математических выкладок. Теоретические результаты получены автором совместно с соавторами; личный вклад автора заключается в разработке, анализе алгоритмов управления и проведении численных экспериментов. Экспериментальная проверка в [4, 5] выполнена автором самостоятельно, в [6] — совместно с Т. Н. Медведевой; анализ чаттеринга для непрерывного по Липшицу регулятора на скользящем режиме выполнен автором лично.

Публикации Основные результаты диссертации изложены в 6 печатных работах, в том числе 4 статьи — в изданиях из перечня научных журналов, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией для публикации основных научных результатов диссертаций и входящих в базы цитирования Web of Science и Scopus [1–4], и 2 работы — в трудах конференций и сборниках тезисов [5, 6]. Основные результаты глав 2, 3 и 4 изложены соответственно в работах [1], [3] и [2, 4].

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы. Общий объём работы составляет 107 страниц, включая 45 рисунков, 20 таблиц и 165 наименований в списке литературы.

Основное содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы, характеризуется степень ее разработанности, формулируются цель и задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, методология, положения, выносимые на защиту, соответствие паспорту специальности, достоверность, апробация, личный вклад и публикации; кратко очерчивается структура диссертации.

В **первой главе** диссертации выполнен обзор и анализ научно-технической литературы по теме диссертационного исследования, краткое изложение которой было представлено в подразделе, посвященном степени разработанности темы.

В рамках возможных средств повышения точностных характеристик промышленных манипуляторов в первой главе рассмотрены два направления: кинематическая калибровка — для компенсации геометрических погрешностей, и робастные регуляторы на скользящих режимах — для динамических эффектов. В части калибровки проанализированы существующие методы и их классификация. Подробно рассмотрен один из этапов калибровки — способы формального представления кинематики манипуляторов с последовательной кинематической схемой и существующие алгоритмы пересчёта параметров рассмотренных представлений. В части управления рассмотрены способы синтеза регуляторов для приводов манипуляторов в скользящем режиме, в том числе с использованием частотных методов анализа поведения замкнутой системы и синтеза системы управления.

В результате анализа установлено: во-первых, к настоящему моменту для известных моделей кинематики: DH (Denavit–Hartenberg) [Denavit, Hartenberg 1955] — ≈ 8000 цитат, HAY (Hayati) [Hayati 1983; Hayati, Mirmirani 1985] — ≈ 600 , CPC (Complete and Parametrically

Continuous) [Zhuang и др. 1990] — ≈ 400 и POE (Product of Exponentials) [Brockett 1984] — ≈ 600 , — предложены не все кинематические переходы. В частности, между POE и CPC, POE и HAY, CPC-HAY, что вызывает необходимость в их разработке, поскольку конкретный выбор представления влияет на итоговую точность процедуры калибровки промышленных манипуляторов, и результаты по пересчету между такими представлениями представляют собой вполне обоснованный научный и практический интерес.

Во-вторых, известные методы калибровки с замкнутой кинематической цепью предполагают, что положение и ориентация внешних ограничений априори известны и заданы элементами внешнего оборудования (например, гранитного куба), которые не являются частью технологической ячейки. Это порождает сугубо практическую необходимость разработки метода кинематической калибровки манипулятора *совместно* с вспомогательным оборудованием (роботом-позиционером или поворотным-вращательным столом) в составе роботизированной ячейки, не требующего высокоточного внешнего измерительного оборудования.

Наконец, остается нерешенной задача разработки частотной методики анализа и настройки регуляторов — алгоритма «Супер-Скручивания» и непрерывного по Липшицу алгоритма — для объектов управления, аппроксимируемых апериодическим звеном первого порядка с запаздыванием, с учетом ограниченного доступа к измерениям и реальной динамики приводов манипулятора. Это обусловлено тем, что известные оценки коэффициентов алгоритмов, минимизирующие амплитуду чаттеринга, получены для модели чистого интегратора и не могут быть непосредственно перенесены на рассматриваемый класс объектов.

Во второй главе «Кинематические модели и методы их параметрического пересчета» расширяются существующие схемы пересчета DH, HAY, CPC и POE моделей (рисунок 1, а), предлагая аналитический подход для переходов, выделенных красным цветом (рисунок 1, б), а именно: POE–CPC, POE–HAY, CPC–POE, HAY–POE и CPC–HAY.

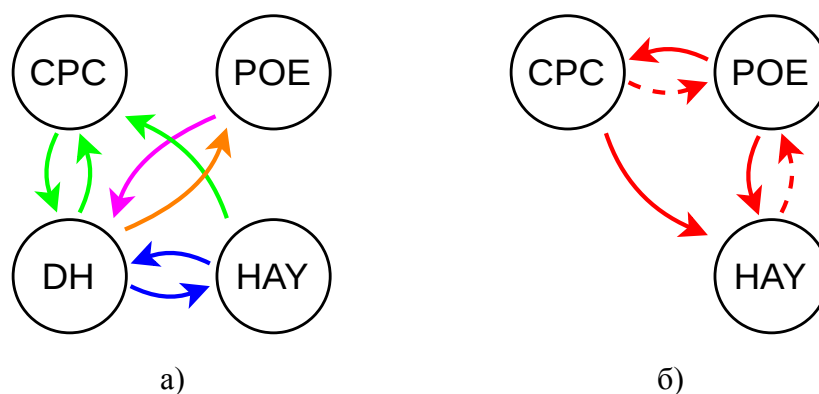


Рисунок 1 — Схемы преобразований между кинематическими моделям DH, HAY, CPC и POE: а) существующие; б) предлагаемые

Такая постановка задачи продиктована тремя соображениями: 1) дополнить существующие схемы преобразований; 2) обеспечить совместимость и сравнимость методов, разработанных в рамках различных кинематических моделей (в частности, для задач калибровки и идентификации); 3) предоставить пользователю свободу выбора наиболее подходящей кинематической модели для конкретной задачи, независимо от того, в каком представлении

система описана изначально, и возможность возврата к исходной модели с помощью предложенных процедур.

Преобразование прямой кинематики $\mathbf{F}(\mathbf{q}, \Phi): \mathbb{S}^n \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{SE}(3)$ для открытых последовательных кинематических цепей, содержащих n звеньев и n шарниров, в общем случае имеет вид

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}, \Phi) = \mathbf{T}_0^1(q_1, \Phi_1) \mathbf{T}_1^2(q_2, \Phi_2) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n, \Phi_n), \quad (1)$$

где Φ и $\mathbf{q}$ — векторы кинематических параметров и координат шарниров соответственно; $\mathbf{T}_i^j \in \mathbb{SE}(3)$ обозначает матрицу однородного преобразования, описывающую переход из системы координат $\{j\}$ в систему координат $\{i\}$; Φ_i и q_i — компоненты векторов Φ и $\mathbf{q}$, соответствующие системе координат $\{i\}$.

Далее приводятся краткие сведения о способах параметризации матриц $\mathbf{T}_i^{i+1}$, входящих в преобразование прямой кинематики (1), для НАУ, СРС и РОЕ моделей, которые получили наибольшее распространение в задачах калибровки и идентификации.

В частности, по сравнению с ДН модель Хаяти вводит дополнительное вращение $\mathbf{Rot}_y(\beta_i)$, позволяющее параметризовать взаимное расположение почти параллельных последовательных шарниров. Для вращательного шарнира матрица $\mathbf{T}_{i-1}^i$ имеет вид

$$\mathbf{T}_{i-1}^i = \mathbf{Rot}_z(q_i + \theta_i), \mathbf{Tran}_x(a_i), \mathbf{Rot}_x(\alpha_i), \mathbf{Rot}_y(\beta_i), \quad (2)$$

а для поступательного шарнира

$$\mathbf{T}_{i-1}^i = \mathbf{Tran}_z(q_i + d_i), \mathbf{Rot}_x(\alpha_i), \mathbf{Rot}_y(\beta_i). \quad (3)$$

Здесь $\beta_i, d_i, \alpha_i, \theta_i$ и a_i — НАУ-параметры, относящиеся к системе координат i , а q_i — координата шарнира. Здесь и далее обозначение $\mathbf{Rot}_k(\gamma) \in \mathbb{SE}(3)$ соответствует вращению вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол γ , а $\mathbf{Tran}_l(v) \in \mathbb{SE}(3)$ — поступательному перемещению вдоль вектора $\mathbf{l}$ на расстояние v .

Полная и параметрически непрерывная модель (Complete and Parametrically Continuous, СРС) одновременно обеспечивает свойства *параметрической непрерывности* и *полноты*, сохраняя при этом формализованную процедуру назначения систем координат. В рамках данной модели матрица однородного преобразования $\mathbf{T}$ из системы координат i в систему координат $i - 1$ представляется в виде произведения

$$\mathbf{T} = \mathbf{Q} \mathbf{V}, \quad (4)$$

где $\mathbf{Q}$ представляет собой *матрицу движения (motion matrix)*, определяемую типом шарнира. В частности, для вращательного шарнира $\mathbf{Q} = \mathbf{Rot}_z(q)$, для поступательного $\mathbf{Q} = \mathbf{Tran}_z(q)$, а для винтового $\mathbf{Q} = \mathbf{Rot}_z(hq) \mathbf{Tran}_z(q)$, где h — винтовой параметр. Матрица формы $\mathbf{V}$ принимает вид

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}(\mathbf{b}), \mathbf{Rot}_z(\beta), \mathbf{Tran}_{[x,y,z]}(\mathbf{l}), \quad (5)$$

где $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_x & l_y & l_z \end{bmatrix}^\top$, а $\mathbf{Tran}_{[x,y,z]}(\mathbf{l})$ обозначает последовательное перемещение вдоль осей x, y и z на расстояния l_x, l_y и l_z соответственно. Матрица $\mathbf{R}(\mathbf{b})$ представляет собой выражение $\mathbf{Rot}_k(\alpha)$,

явно записанное через параметры вектора $\mathbf{b}$ с учетом соглашений модели СРС:

$$\mathbf{R}(\mathbf{b}) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{b_x^2}{1+b_z} & -\frac{b_x b_y}{1+b_z} & b_x & 0 \\ -\frac{b_x b_y}{1+b_z} & 1 - \frac{b_y^2}{1+b_z} & b_y & 0 \\ -b_x & -b_y & b_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

В работе R.W. Brockett было предложено моделировать открытые кинематические цепи с помощью произведения матричных экспонент (Product of Exponentials, POE). Впервые данные результаты были апробированы в задачах кинематической калибровки в, где было показано, что в отличие от DH, HAY и СРС-моделей для задания кинематической структуры не требуется назначать системы координат каждому звену. Вместо этого необходимо определить матрицу $\mathbf{T}_{Tool} \in \mathbb{SE}(3)$, представляющую собой преобразование от системы координат $\{Tool\}$ к $\{Base\}$ при нулевой конфигурации ($\mathbf{q} = \mathbf{0}$), и винты, соответствующие шарнирам.

Каждому шарниру соответствует *винт* $\xi \in \mathbb{R}^6$ в терминах теории винтов. Для вращательного и винтового (с шагом винта h) шарниров он имеет вид

$$\xi = \begin{bmatrix} \omega \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ p \times \omega \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где ω — единичный вектор оси шарнира ($\|\omega\| = 1$), p — точка, лежащая на оси шарнира, причем $\omega^\top v = 0$ для вращательного шарнира и $\omega^\top v = h$ для винтового. Для поступательного шарнира кинематический винт ξ определяется как

$$\xi = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где v — единичный вектор оси шарнира ($\|v\| = 1$).

В литературе известно, что кинематический винт ξ может быть записан в матричной форме, соответствующей структуре алгебры Ли $se(3)$, с помощью оператора $\hat{\cdot}$, обозначающего отображение из векторного пространства в соответствующую структуру алгебры Ли:

$$\hat{\xi} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} & v \\ 0^\top & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Тогда элемент алгебры Ли ξ и переменная шарнира $q \in \mathbb{S}$ образуют соответствующую однопараметрическую подгруппу Ли $\mathbf{T} \in \mathbb{SE}(3)$ посредством *экспоненциального отображения*

$$\mathbf{T} = \exp(q\hat{\xi}). \quad (10)$$

Таким образом, выбирая соответствующие винты шарниров (7), (8) и задавая $\mathbf{T}_{Tool}$ как позу системы координат $\{Tool\}$ при $\mathbf{q} = \mathbf{0}$, преобразование прямой кинематики последовательного механизма с n шарнирами можно выразить как

$$\mathbf{T}_0^n = \exp(q_1 \hat{\xi}_1) \exp(q_2 \hat{\xi}_2) \cdot \dots \cdot \exp(q_n \hat{\xi}_n) \mathbf{T}_{Tool}. \quad (11)$$

Таким образом, в НАУ и СРС-моделях матрица преобразования представляется через последовательность элементарных преобразований и параметры геометрии, тогда как в РОЕ-модели она задается непосредственно через экспоненты кинематических винтов и преобразование $\mathbf{T}_{Tool}$.

Соответственно, были сформулированы 6 лемм, 2 теоремы и 3 алгоритма, которые обеспечивали пересчет кинематических моделей из РОЕ (11) в СРС (1), (4), (5) и в НАУ (1), (2) (и (3)), а также из СРС (1), (4), (5) в НАУ (1), (2). Обратный переходы из НАУ и СРС в РОЕ в силу большей общности матричной экспоненты были оформлены не как отдельные содержательные утверждения, а просто в качестве выкладок.

Для верификации предлагаемого подхода была использована известная модель манипулятора Puma 560. Точность рассматриваемых алгоритмов пересчета оценивалась путем сравнения положения и ориентации системы координат $\{Tool\}$ на некотором наборе конфигураций. В частности, сто тестовых точек ($i = \overline{1, 100}$) $\mathbf{q}_i = \mathcal{U}_{[-\pi, \pi]} \in \mathbb{R}^6$ были равномерно выбраны в пространстве шарниров $\mathcal{Q}$. Для каждой конфигурации $\mathbf{q}_i$ преобразования прямой кинематики вычислялись для пересчитанных моделей и для фактической модели в РОЕ форме, которые были обозначены как $\mathbf{T}_{conv}^i$ и $\mathbf{T}_{act}^i$ соответственно. При проверке преобразования СРС–НАУ эталонное преобразование $\mathbf{T}_{act}^i$ вычислялось с использованием параметров СРС, полученных на этапе РОЕ–СРС, что позволяет изолировать ошибку, вносимую двухшаговой процедурой. Ошибки положения и ориентации, e_{pos} и e_{or} , вычислялись следующим образом:

$$e_{pos} = \|\mathbf{t}_{act}^i - \mathbf{t}_{conv}^i\|, \quad e_{or} = \left\| \text{EUL} \left(\tilde{\mathbf{T}}_{act}^{i^T} \tilde{\mathbf{T}}_{conv}^i \right) \right\|, \quad (12)$$

где $\mathbf{t}_{act}, \mathbf{t}_{conv} \in \mathbb{R}^3$ и $\tilde{\mathbf{T}}_{act}, \tilde{\mathbf{T}}_{conv} \in \text{SO}(3)$ — компоненты матриц $\mathbf{T}_{act}$ и $\mathbf{T}_{conv}$ соответственно, а $\text{EUL}(\cdot) : \text{SO}(3) \mapsto \mathbb{R}^3$ — преобразование, осуществляющее разложение матрицы поворота на углы Эйлера в конфигурации ZYX. Соответствующие ошибки преобразования приведены в Таблице 1.

Таблица 1 — Ошибки преобразования положения и ориентации для PUMA 560 для 100 конфигураций

		РОЕ-СРС	РОЕ-НАУ	СРС-НАУ	СРС-РОЕ	НАУ-РОЕ
Среднее	поз., $\times 10^{-16}$ м	2,0942	3,1664	1,5573	1,9552	3,5370
	ор., $\times 10^{-15}$ рад	2,4706	2,0175	1,8728	0,6076	0,4412
Макс.	поз., $\times 10^{-16}$ м	6,5308	6,6739	3,3297	4,2723	5,8183
	ор., $\times 10^{-15}$ рад	3,7976	4,0472	3,4483	1,4166	1,3643

Ошибки преобразования для предлагаемых процедур РОЕ–СРС, РОЕ–НАУ, СРС–НАУ, СРС–РОЕ и НАУ–РОЕ согласуются со стандартной ошибкой округления MATLAB, составляющей порядка 1×10^{-16} , а также имеют тот же порядок величины, что и ошибка преобразования РОЕ–ДН в работах ранее.

Ключевое преимущество *предлагаемого* метода заключается не столько в вычислительной точности, сколько в содержательной интерпретации результатов. Это демонстрируется сравнением последовательного РОЕ–ДН–СРС (Таблица 2) и прямого РОЕ–СРС (Таблица 3).

Таблица 2 — Параметры СРС модели для манипулятора Puma 560, полученные последовательным применением алгоритмов РОЕ–ДН и ДН–СРС.

b			l			β
0,040	-0,020	0,999	0,000	0,045	0,999	1,107
-0,894	-0,447	0,020	0,009	1,021	-0,020	2,034
-0,178	-0,006	0,984	0,511	-101,047	-558,589	-1,536
-0,998	-0,069	-0,001	153,304	552,752	-0,419	-1,502
-0,177	0,984	-0,013	1,837	30,190	-0,391	-2,964
-0,033	0,999	-0,031	3,176	-0,792	0,025	-3,108
0,085	-0,011	-0,996	-3,245	0,338	1,488	2,897

Таблица 3 — Параметры СРС модели для манипулятора Puma 560, преобразованные с помощью предлагаемого алгоритма РОЕ–СРС

b			l			β
0,040	-0,020	0,999	-0,040	0,020	0	0
-0,000	-1,000	0,020	-0,009	-0,022	0	0
0,178	0,006	0,984	100,972	3,946	0	0
0,103	-0,995	-0,001	153,092	9,939	0	0
-0,277	0,961	-0,013	6,593	-29,523	0	0
-0,123	0,992	-0,031	-0,725	-0,175	0	0
-0,098	-0,063	0,993	0,668	1,575	1,653	0,132

Далее в эксперименте демонстрируется, каким образом схемы преобразования параметров, представленные на рисунке 1, могут быть плодотворно использованы на примере задачи кинематической калибровки промышленного манипулятора ABB IRB 1600.

Для последовательности повествования сначала напомним основные этапы кинематической калибровки промышленных манипуляторов: *моделирование* — выбор кинематической модели; *измерения* — получения набора $i = \overline{1, k}$ измерений конфигураций манипулятора $q_i \in \mathbb{S}^n$ и внешних измерений положения и ориентации инструмента $y_i \in \mathbb{R}^6$ в системе координат $\{World\}$. Этап *идентификации* формулируется и решается, в общем случае, как нелинейная оптимизационная задача, например,

$$\operatorname{argmin}_{\Delta \Phi} \sum_{i=1}^k (y_i - g(q_i, \Phi_0 + \Delta \Phi))^T P (y_i - g(q_i, \Phi_0 + \Delta \Phi)), \quad (13)$$

где $g(q_i, \Phi_0 + \Delta \Phi) \in \mathbb{R}^6$ преобразует прямую кинематику $F(q_i, \Phi_0 + \Delta \Phi) \in \text{SE}(3)$ в компоненты положения и ориентации (в углах Эйлера) с номинальными кинематическими параметрами $\Phi_0 \in \mathbb{R}^m$; $P \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ — положительно определенная весовая матрица; n — число шарниров, m — число кинематических параметров. На этапе *коррекции* решение задачи (13) $\Delta \hat{\Phi}$ в составе нового вектора кинематических параметров $\Phi_0 + \Delta \hat{\Phi}$ переносится на реальный манипулятор.

Разъяснив кратко постановку задачи кинематической калибровки, покажем по шагам, как именно применить приведенную схему на рисунке 1 по пересчету параметров: 1) Описать номинальную модель манипулятора с помощью ДН, НАУ, СРС или РОЕ (шаг *моделирования*); 2) Пересчитать выбранную модель в остальные, используя схемы на рисунке 1; 3) Получить набор данных для калибровки (шаг *измерений*); 4) Выполнить идентификацию параметров с помощью ДН, НАУ, СРС и РОЕ (шаг *идентификации*); 5) Провести проверку результатов на отдельной

выборке и выбрать наилучшую модель; 6) Преобразовать наилучшую модель в ту модель, которая используется в вашем приложении, с помощью схем на рисунке 1; 7) Перенести пересчитанные параметры на реальный манипулятор (шаг *коррекции*).

После того как калиброванные параметры $\Phi_0 + \Delta\hat{\Phi}$ были получены, они были проверены на 35 конфигурационных точках, не использовавшихся при идентификации. Результаты проверки приведены ниже в таблице 4. Поскольку проверка с параметрами CPC является наиболее точной,

Таблица 4 — Ошибки по положению при номинальных параметрах манипулятора и после калибровки (для DH, HAY, CPC и POE моделей) по 35 точкам

	Номинальные	DH	HAY	CPC	POE
Среднее, мм	0,26	0,0928	0,0926	0,0766	0,0853
СКО, мм	0,11	0,0395	0,0394	0,0304	0,0374
Макс., мм	0,57	0,1816	0,1810	0,1318	0,1798

а в нашем программном обеспечении ABB 1600 используется модель DH, необходимо выполнить преобразование CPC–DH, следуя рисунку 1.

В третьей главе «Кинематическая калибровка промышленных манипуляторов без внешних измерительных устройств» разработана автоматизируемая методика калибровки кинематических параметров промышленного манипулятора и вспомогательного оборудования роботизированной ячейки, используемого в качестве внешних ограничений.

При использовании внешних датчиков на этапе измерений формируются преобразования $T_{World,i}^{Tool}$ и соответствующие конфигурации $q_i, i = \overline{1,k}$; при использовании внешних ограничений определяются только конфигурации q_i . В первом случае идентификация сводится к минимизации невязки между измеренным преобразованием и прямой кинематикой $F(q_i, \Phi)(1)$; во втором целевой функционал формируется с учетом геометрии внешних ограничений. Для описания кинематики использованы параметризации DH, CPC и POE.

Для совместной оценки геометрических параметров манипулятора и параметров калибровочных плоскостей в вектор p наряду с Φ включены нормали $a_k, k = \overline{1,K}$. Задача идентификации сформулирована в виде

$$\text{minimize } J(p), \quad (14)$$

Методика включает выбор кинематической модели, формирование набора конфигураций q_i , постановку и решение задачи идентификации (14) и валидацию результатов.

В соответствии с [1] система калибровки включает манипулятор с токопроводящим щупом, проводящую плоскую поверхность и датчик электрического контакта, передающий сигнал в систему управления. При физическом контакте щупа с поверхностью цепь замыкается, что обеспечивает точное и стабильное обнаружение момента контакта. Схема системы представлена на рисунке 2, где 1 — манипулятор; 2 — звенья; 3 — шарниры; 4 — токопроводящий щуп; 5 — проводящая плоская поверхность; 6 — токопроводящий элемент; 7 — базовая система координат; 8 — система координат инструмента.

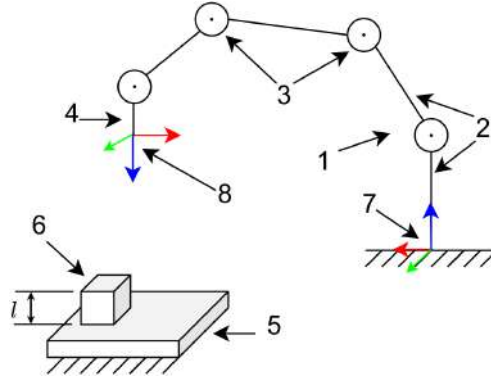


Рисунок 2 — Схема практической реализации предлагаемого метода калибровки

В процессе калибровки щуп последовательно перемещается к заданным точкам поверхности. При замыкании электрической цепи движение прекращается, а текущая конфигурация манипулятора q фиксируется. После выполнения измерений во всех заданных точках полученные конфигурации используются для идентификации кинематических параметров.

Пусть q_k^i — конфигурация манипулятора при i -м контакте с k -й плоскостью, $i = \overline{1, n_k}$, $k = \overline{1, K}$. Конфигурацию при контакте с токопроводящим элементом обозначим q_k^0 , $k \in S$, где S — множество плоскостей, для которых выполнены соответствующие измерения. Положение конца щупа определяется отображением

$$f(q, \Phi) = P_{\text{proj}} T_n^0(q, \Phi) \bar{r}. \quad (15)$$

Поскольку все точки контакта с одной плоскостью лежат в этой плоскости, для них выполняется

$$\langle a_k, f(q_k^i, \Phi) - f(q_k^j, \Phi) \rangle = 0, \quad (16)$$

а для измерений с токопроводящим элементом дополнительно

$$\langle a_k, f(q_k^i, \Phi) - f(q_k^0, \Phi) + l a_k \rangle = 0. \quad (17)$$

Здесь a_k — нормаль к k -й плоскости, а l — известное расстояние между гранями токопроводящего элемента.

Оцениваются неизвестные компоненты кинематических параметров Φ и нормали a_k . Для этого системы (16), (17) сводятся к задаче минимизации суммы квадратов соответствующих невязок по каждой плоскости:

$$\begin{aligned} & \text{minimize : } J(p), \\ & \text{s.t. } p_- \preceq p \preceq p_+, \end{aligned} \quad (18)$$

где p вектор кинематических параметров и параметров плоскостей, p_- и p_+ — их граничные значения, задаваемые исходя из физических соображений. Хотя задача (18) в общем случае нелинейна и невыпукла, при ограничении области поиска достаточно малым множеством можно ожидать, что она станет выпуклой (или её решение будет обладать свойствами, характерными для выпуклых задач).

Для идентификации использовались кинематические модели ДН, СРС и РОЕ. Работоспособность предложенного метода проверена экспериментально на промышленном манипуляторе.

Кинематика манипулятора описывается с помощью РОЕ модели, показавшей существенно лучшие результаты при калибровке в моделировании. Экспериментальная установка включала манипулятор ABB IRB 1600 (10/1.45) и робот-позиционер ABB IRBP A-500/1450 модификации с диском, имеющим диаметр 700 мм и грузоподъемностью 500 кг, показанные на рисунке 3.

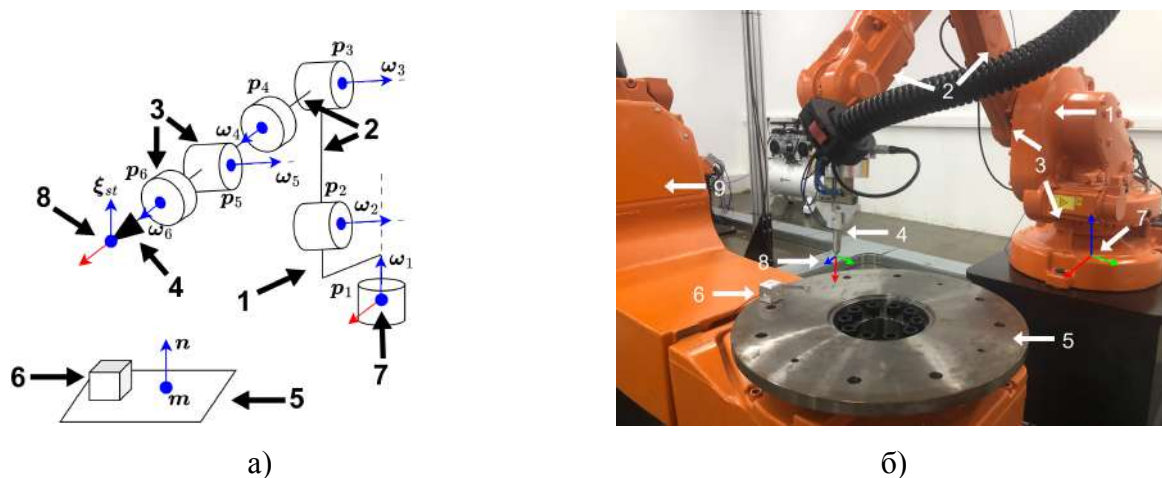


Рисунок 3 — Экспериментальная установка, включающая манипулятор ABB IRB 1600 и робот-позиционер ABB IRBP A-500/1450: а) схема с РОЕ параметрами; б) фото

Здесь используется та же нумерация, что и на рисунке 2: 1 — манипулятор ABB IRB 1600; 2 — звенья манипулятора; 3 — шарниры; 4 — токопроводящий щуп; 5 — токопроводящая плоская поверхность ABB IRBP A-500/1450; 6 — токопроводящий элемент; 7 — система координат базы робота; 8 — система координат, связанная с концом инструмента; 9 — робот-позиционер ABB IRBP A-500/1450.

Экспериментальная проверка метода выполнена на промышленном манипуляторе ABB IRB 1600 с использованием системы обнаружения контакта «токопроводящий щуп — токопроводящая плоскость». На калибровочной поверхности задан паттерн из пяти концентрических окружностей радиусом 110–150 мм с шагом 10 мм, содержащих по 16 точек. Единственным варьируемым параметром эксперимента являлся угол наклона поверхности позиционера.

Для повышения информативности измерений углы наклона выбирались с учетом обусловленности параметрического якобиана задачи (18). Оптимизация угла по индексу O_1 выявила область наилучшей обусловленности вблизи -45° ; дополнительно использованы углы -65° , -25° , 0° и 25° . Для каждого угла регистрировались конфигурации манипулятора в моменты контакта щупа с заданными точками.

Поскольку параметры калибровочных плоскостей также идентифицируются в задаче (18), валидация выполнена без внешних измерителей на 100 независимых конфигурациях манипулятора при углах наклона позиционера $-44,4271^\circ$, -45° и $-53,222^\circ$. Для номинальных и откалиброванных параметров оценивались расстояния расчетных точек контакта до соответствующих плоскостей (таблица 5).

Калибровка снизила среднее отклонение с 0,4271 до 0,1981 мм, максимальное — с 1,1545 до 0,3322 мм, а среднеквадратическое отклонение — с 0,2032 до 0,0706 мм. Таким

Таблица 5 — Расстояние до плоскостей, проверенное на 100 конфигурациях

Параметры	Сред., мм	Макс., мм	СКО, мм
номинальные	0.4271	1.1545	0.2032
восстановленные	0.1981	0.3322	0.0706

образом, откалиброванная модель обеспечивает существенно более точное соблюдение плоских ограничений.

Для оценки абсолютной точности позиционирования проведена валидация с использованием внешнего линейного измерителя. На каждой из K плоскостей размещены n_k точек, для которых получены соответствующие конфигурации манипулятора $\mathbf{q}_k^i$. Расстояния между точками, оцененные по прямой кинематике с калиброванными параметрами Φ_{cal} , вычислены как

$$\tilde{d}_{\text{cal},k}^{ij} = \|f(\mathbf{q}_k^i, \Phi_{\text{cal}}) - f(\mathbf{q}_k^j, \Phi_{\text{cal}})\|. \quad (19)$$

Фактические расстояния d_k^{ij} между точками измерены после их фиксации на плоскости. Для регистрации контакта манипулятора с плоскостью использован датчик силы ABB Integrated Force Control Sensor 165 с порогом срабатывания 1 Н.

Для сопоставления измеренных и расчетных расстояний сформированы матрицы смежности взвешенных графов:

$$\mathbf{A}_k, \text{ где } a_k^{ij} = d_k^{ij} \quad \forall i \neq j, \quad a_k^{ii} = 0, \quad k = \overline{1, K}, \quad i = \overline{1, n_k},$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\text{cal}}^{\text{cal}}, \text{ где } \tilde{a}_{\text{cal},k}^{ij} = \tilde{d}_{\text{cal},k}^{ij} \quad \forall i \neq j, \quad \tilde{a}_{\text{cal},k}^{ii} = 0, \quad k = \overline{1, K}, \quad i = \overline{1, n_k}.$$

На их основе получены векторы разностей матриц смежности

$$\Delta_k^{\text{cal}} = \text{vec}(\tilde{\mathbf{A}}_{\text{cal},k} - \mathbf{A}_k) \in \mathbb{R}^{n_k(n_k-1)/2}, \quad k = \overline{1, K},$$

где $\text{vec}(\cdot)$ выполняет векторизацию элементов матрицы, расположенных выше главной диагонали.

Дополнительно приведены матрицы и векторы разностей для номинальных и заводских кинематических параметров. Заводские параметры получены при калибровке манипулятора ABB IRB 1600 с использованием лазерного трекера Leica AT901B с заявленной максимальной погрешностью 10 мкм/м. Таким образом, выполнено сравнение четырех наборов параметров: *номинальных, восстановленных 1, восстановленных 2 и заводских*.

Эксперимент многократно проведен для $n_k = 9$ на восьми плоскостях $k \in \{25^\circ, 0^\circ, -25^\circ, -45^\circ, -65^\circ, -90^\circ, \text{вне } 1, \text{вне } 2\}$. Для каждого набора параметров рассчитаны векторы Δ_k^j , где $j \in \{\text{номинальные, восстановленные 1, восстановленные 2, заводские}\}$. Доверительные интервалы уровня $\alpha = 0,95$ приведены в таблице 6; угол φ соответствует углу наклона плоскости.

Приведенные результаты показывают, что первый набор восстановленных кинематических параметров обеспечивает более высокую точность описания кинематики манипулятора по сравнению с номинальными параметрами. В отдельных областях рабочего пространства его точность также превышает точность заводских параметров, полученных с использованием лазерного трекера.

Точность валидации ограничена необходимостью физической фиксации точек и последующего измерения расстояний. В частности, цена деления используемого штангенциркуля

Таблица 6 — Доверительные интервалы для векторов разностей матриц смежности Δ_k^j (в мм)

$\varphi, ^\circ$	Номинальные	Калиброванные 1	Калиброванные 2	Заводские
-25	-0.1345 ± 0.506	-0.0638 ± 0.4025	1.2456 ± 3.0869	0.0588 ± 0.4254
-45	0.2625 ± 0.6040	0.1629 ± 0.3657	-1.7218 ± 2.0527	-0.0892 ± 0.3044
-65	0.2255 ± 0.4246	0.1200 ± 0.3021	-0.2815 ± 0.9248	0.0981 ± 0.3053
-90	0.1127 ± 0.3625	0.0175 ± 0.3557	-0.2351 ± 0.5672	0.0972 ± 0.3380
0	-0.1797 ± 0.3538	-0.2299 ± 0.4074	-0.0858 ± 0.5534	-0.2088 ± 0.3964
25	0.0235 ± 0.3578	-0.0379 ± 0.3526	-0.0741 ± 0.3900	0.0548 ± 0.3654
вне 1	-0.0452 ± 0.2885	-0.1038 ± 0.3629	-0.0061 ± 0.3397	-0.0208 ± 0.2774
вне 2	0.0798 ± 0.2501	0.0164 ± 0.2731	0.1148 ± 0.4024	0.0977 ± 0.2742

составляла 0,1 мм, а неопределенность момента и положения контакта приводила к расширению доверительных интервалов, приведенных в таблице 6.

В следующей серии валидационных экспериментов, в отличие от предыдущего, для измерения расстояний между различными точками контакта использовался лазерный трекер. Соответственно, регистрировались не только конфигурации манипулятора q_k^i , но и положение отражателя в абсолютной системе координат, а также положение инструмента манипулятора, рассчитанное на основе заводских параметров манипулятора от 11.03.2021 г.

Валидация была выполнена для четырех наборов параметров: *номинальных*, *калиброванных 1*, *калиброванных 2* и *заводских* — в соответствии с процедурой, описанной ранее. При этом фактические расстояния, обозначенные ранее как d_k^{ij} , измерялись с помощью лазерного трекера API Radian EMSD3 для каждой из 75 точек каждой плоскости.

Таблица 7 — Доверительные интервалы для векторов разностей матриц смежности Δ_k^j (в мм)

$\varphi, ^\circ$	Номинальные	Калиброванные 1	Калиброванные 2	Заводские
-41	-0.0343 ± 0.0084	0.0115 ± 0.0086	0.1024 ± 0.0120	-0.0569 ± 0.0087
0	-0.1430 ± 0.0087	-0.0988 ± 0.0098	-0.2117 ± 0.1054	-0.0800 ± 0.0090
17	-0.0735 ± 0.0020	-0.0749 ± 0.0014	-0.6281 ± 0.1165	-0.0148 ± 0.0002

Как можно заметить из таблицы 7, использование высокоточного внешнего измерителя позволило существенно снизить дисперсию полученных результатов и, как следствие, ширину доверительных интервалов. Первый набор калиброванных параметров характеризуется более узкими и устойчивыми доверительными интервалами по сравнению со вторым набором. Более того, даже для одного из исследованных углов наклона плоскости первый набор калиброванных параметров обеспечивает точность, превышающую точность калибровки, полученной с использованием высокоточного внешнего измерителя.

В главе 4 предлагается теоретически обоснованная процедура выбора коэффициентов усиления STA и LCSMC регуляторов для снижения чаттеринга. В отличие от более ранних работ, где анализ проводился для интегратора и специальных моделей исполнительного механизма, предложенные результаты обобщают частотный анализ на FOPDT-модель, широко применяемую при синтезе промышленных систем управления. Методология, основанная на методах гармонического баланса (НБ) и описывающих функций (ДФ), подтверждается экспериментами на двигателях постоянного тока (ДПТ) и применяется к управлению приводом манипулятора ABB IRB 1600.

Рассмотрим систему с одним входом и одним выходом (single-input single-output, SISO), относительный порядок выхода $y(t)$ которой относительно входа $u(t)$ равен единице:

$$\dot{y}(t) = u(t) + f(t), \quad (20)$$

где $f(t)$ — возмущение, удовлетворяющее условию Липшица почти всюду, т.е. $|\dot{f}(t)| \leq L$ при некотором известном $L > 0$. Предполагается также, что $y(t)$ и ее производная $\dot{y}(t)$ доступны для измерения.

Алгоритм «Супер-Скручивания», также называемый в литературе *нелинейным ПИ-регулятором*, был предложен А. Левантом. Его уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} u(t) &= -k_1 [\sigma_s(t)]^{1/2} + \eta(t), \\ \dot{\eta}(t) &= -k_2 [\sigma_s(t)]^0, \end{aligned} \quad (21)$$

где $[\cdot]^p = |\cdot|^p \text{sign}(\cdot)$, $\sigma_s = r - y(t)$ — переменная скольжения, $k_1, k_2 > 0$ — положительные коэффициенты STA. При надлежащем выборе коэффициентов усиления k_1 и k_2 STA гарантирует идеальный скользящий режим второго порядка и асимптотическую устойчивость замкнутой системы.

Наличие немоделируемой динамики исполнительного механизма или запаздывания препятствует реализации идеального скользящего режима и приводит к чаттерингу. В этих работах методы DF и НВ применялись для анализа чаттеринга в системах с интегратором и специальными моделями исполнительных механизмов. В настоящей работе этот подход распространяется на FOPDT-модель

$$G(s) = \frac{p}{s + v} e^{-\tau s}, \quad (22)$$

где p — коэффициент усиления системы, v — полюс, а τ — время запаздывания. FOPDT-модель является стандартным приближением динамики промышленных объектов и позволяет учитывать одновременно инерционность и запаздывание.

Таким образом, задача состоит в разработке процедуры настройки STA и LCSMC для FOPDT модели, включающей идентификацию параметров модели по кривой разгона, частотную оценку амплитуды, частоты и средней мощности чаттеринга методами DF и НВ и выбор коэффициентов усиления STA, минимизирующих заданный показатель чаттеринга при сохранении устойчивости замкнутой системы.

Метод DF используется для оценки характеристик возможных периодических колебаний — *чаттеринга* — путем представления переменной скользящего режима ($\sigma_s(t)$ или $\sigma_l(t)$) в виде ряда Фурье на основе следующих допущений.

Предположение 4.1 (Свойство фильтра нижних частот). Линейная часть (22) обладает свойствами фильтра нижних частот, ослабляющими высшие гармоники, т.е. $|G(j\omega)| \gg |G(jn\omega)|$ при $n \geq 2$.

Предположение 4.2 (Гармонический выход). Решение системы, замкнутой (22), (21), сходится к гармоническому поведению с амплитудой $A > 0$ и частотой $\omega > 0$:

$$y(t) \approx A \sin(\omega t), \quad \dot{y}(t) \approx A \omega \cos(\omega t).$$

В рамках принятых допущений уравнение гармонического баланса

$$N(A, \omega) G(j\omega) = -1, \quad (23)$$

отражает условие равенства амплитуд и компенсации фазовых сдвигов в замкнутом контуре: частотная характеристика линейной части $G(j\omega)$ должна совпадать с отрицательной обратной величиной описывающей функции $-1/N(A, \omega)$. Здесь $N(A, \omega)$ — результат гармонической линеаризации нелинейного элемента (в частности, регулятора, работающего в скользящем режиме, Рис. 4). В свою очередь, решение A_*, ω_* уравнения НВ (23) позволяет оценить возможные амплитуду и частоту чаттеринга соответственно.

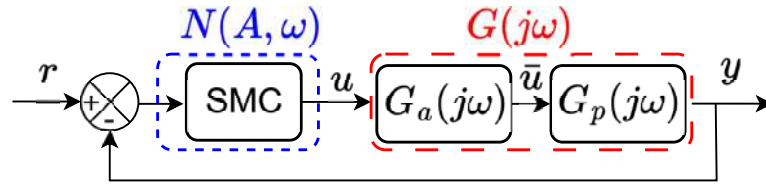


Рисунок 4 — Схема управления с регулятором на скользящем режиме (его DF) и динамикой «актуатор – объект управления»

Описывающая функция для STA (21) приведена в [Boiko, Fridman 2005]

$$N_S(A, \omega) = \frac{\alpha_1 k_1}{A^{1/2}} - j \frac{\alpha_2 k_2}{\omega A}, \quad (24)$$

где $\alpha_1 = \frac{2\Gamma(1.25)}{\sqrt{\pi}\Gamma(1.75)}$, $\alpha_2 = \frac{2\Gamma(1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(1.5)}$. Тригонометрическое уравнение (23) имеет бесконечное множество решений из-за наличия запаздывания. Однако, поскольку используется методология DF с учетом только основной гармоники, а система обладает свойствами фильтра нижних частот (Допущения 4.1 и 4.2), разумно ввести следующую гипотезу, упрощающую дальнейший анализ.

Предположение 4.3. Для анализа НВ запаздывание в уравнении (22) может быть заменено аппроксимацией Паде первого порядка

$$G(s) = \frac{p}{s+v} e^{-\tau s} \approx \frac{p(2-\tau s)}{(s+v)(2+\tau s)} = \tilde{G}(j\omega). \quad (25)$$

Хотя аппроксимация Паде первого порядка не вполне эквивалентна рассмотрению первой гармоники ряда Фурье, она аппроксимирует основной эффект фазового сдвига, вносимого запаздыванием, подобно тому как первая гармоника описывает доминирующее колебательное поведение в периодических сигналах.

Тогда, при замене (22) на (25) отрицательна обратная величина к $\tilde{G}(j\omega)$ равна

$$-\frac{1}{\tilde{G}(j\omega)} = \frac{(v\tau^2 + 4\tau)\omega^2 - 4v}{p(\tau^2\omega^2 + 4)} + j\omega \frac{\tau^2\omega^2 - 4(v\tau + 1)}{p(\tau^2\omega^2 + 4)}. \quad (26)$$

Анализ чаттеринга в системе, замкнутой алгоритмом «Супер-Скручивания», проводился следующим образом. Непосредственная подстановка $-1/\tilde{G}(j\omega)$ (26) и STA DF (24) в уравнение НВ (23) дает

$$\frac{\alpha_1 k_1}{A^{1/2}} - j \frac{\alpha_2 k_2}{\omega A} = \frac{(v\tau^2 + 4\tau)\omega^2 - 4v}{p(\tau^2\omega^2 + 4)} + j\omega \frac{\tau^2\omega^2 - 4(v\tau + 1)}{p(\tau^2\omega^2 + 4)}. \quad (27)$$

Выразив амплитуду A из уравнения для действительной части НВ (27) в виде $A = (\alpha_1 k_1 / \operatorname{Re}[-\tilde{G}^{-1}(j\omega)])^2$ и подставив полученное выражение в уравнение для мнимой части, получим

$$\Psi(\omega) = -\frac{\alpha_2 k_2}{(\alpha_1 k_1)^2} \left(\operatorname{Re}[-\tilde{G}^{-1}(j\omega)] \right)^2 - \omega \cdot \operatorname{Im}[-\tilde{G}^{-1}(j\omega)], \quad (28)$$

где оценка на частоту чаттеринга $\omega_* > 0$ может быть найдена из решения $\Psi(\omega_*) = 0$.

Утверждение 4.1. *Предсказываемая амплитуда чаттеринга для замкнутой системы уравнений (25), (21) может быть оценена как*

$$A_* = \frac{\left(\alpha_1 k_1 p (\tau^2 \omega_*^2 + 4) \right)^2}{\left((v\tau^2 + 4\tau) \omega_*^2 - 4v \right)^2}, \quad (29)$$

где квадрат частоты чаттеринга

$$\omega_*^2 = S + T - \frac{b_2}{3b_3}, \quad (30)$$

является наибольшим положительным корнем кубического уравнения

$$b_3 \omega^6 + b_2 \omega^4 + b_1 \omega^2 + b_0 = 0, \quad (31)$$

где $b_3 = c_1^2 p \tau^4$, $b_2 = 16c_2 \tau^2 + 8c_2 \tau^2 v^2 + c_2 v^2 \tau^4 - 4pc_1^2 v \tau^3$, $b_1 = -(16pc_1^2 + 32c_2 v \tau + 16pc_1^2 v \tau + 8c_2 v^2 \tau^2)$, $b_0 = 16v^2 c_2$ при $c_1 = \alpha_1 k_1$ и $c_2 = \alpha_2 k_2$, $S = \sqrt[3]{-R/2 + \sqrt{\Delta}}$ и $T = \sqrt[3]{-R/2 - \sqrt{\Delta}}$, $\Delta = (Q/3)^3 + (R/2)^2$, $Q = (3b_3 b_1 - b_2^2)/(3b_3^2)$ и $R = (27b_3^2 b_0 - 9b_3 b_2 b_1 + 2b_2^3)/(27b_3^3)$.

Средняя мощность оценивается как

$$\bar{P}_* = \frac{A_*^2 \sqrt{\omega_*^2 + v^2}}{2\pi p} \left((2\angle G_p + \pi) \cos(\angle G_p) - 2 \sin(\angle G_p) \right), \quad (32)$$

где $\angle G_p = -\operatorname{atan}(\omega_*/v)$.

Апробация предложенного метода осуществлялась как в среде имитационного моделирования, так и на физических стендах. Программа экспериментальных исследований включала управление тремя разными объектами: скоростью сервопривода Quanser SRV02, положением вала ДПТ Махон RE 40 и положением звена промышленного манипулятора ABB IRB 1600.

Для оценки эффективности на стенде с двигателем Махон RE 40 было выполнено сравнение с ПИ-регуляторами, параметры которых рассчитаны по инженерным методикам Циглера–Никольса и Коэна–Куна, а также с робастным алгоритмом «Супер-Скручивания», не учитывающим динамику полюса. Результаты сравнительного анализа переходных характеристик приведены на рисунке 5 и в таблице 8.

Применимость подхода к промышленным системам подтверждена на манипуляторе ABB IRB 1600, где предложенный регулятор сравнивался со штатной системой управления, а также со связкой LQR-регулятора и линейного предиктора. Фрагмент полученных осциллограмм представлен на рисунке 6.

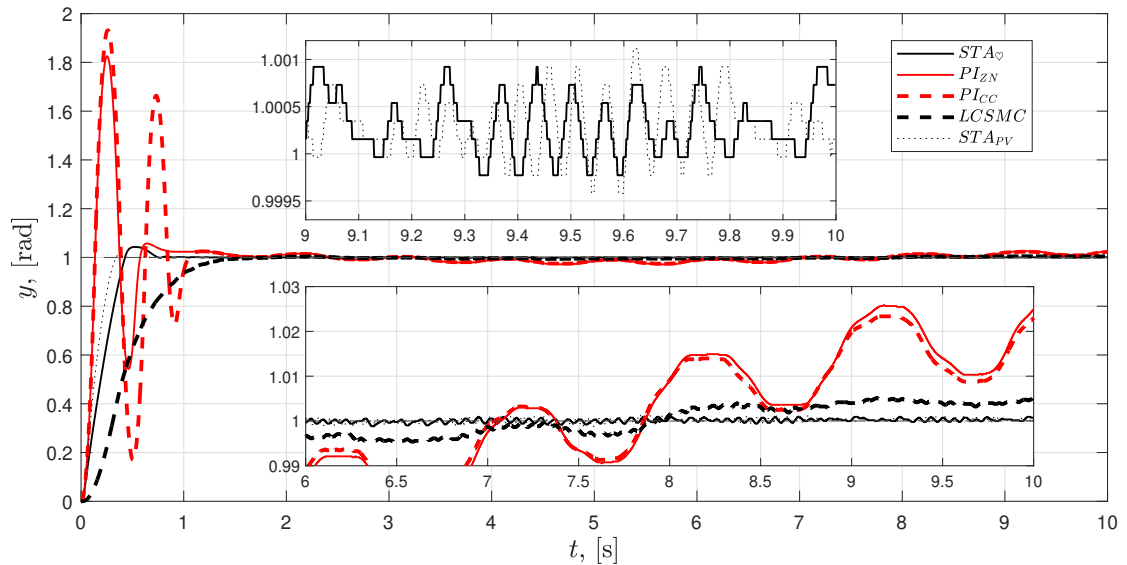


Рисунок 5 — Переходные процессы системы (22), замкнутой законами управления: STA (21) с $k_{\heartsuit} = 1,2$, ПИ-регулятором с выбором коэффициентов по Циглеру-Никольсу и с коэффициентами Козна-Куна, LCSMC, STA (21) с выбором коэффициентов из [Perez-Ventura, Fridman, 2019] (обозначен STA_{PV}) в эксперименте при возмущении $f(t)$ и $L = 2$

Таблица 8 — Сравнение СКО ошибки слежения $e(t) = r - y(t)$ в установившемся режиме ($t \geq 1,5$ с) для различных законов управления в эксперименте с возмущением

$e(t)$	PI_{ZN}	PI_{CC}	STA [Perez-Ventura, Fridman, 2019]	LCSMC	$STA_{\heartsuit}$
$e_{\max}, 10^{-2}$ рад	2,8415	2,5922	0,1379	0,5980	0,1187
$e_{\text{rms}}, 10^{-2}$ рад	1,5625	1,4118	0,0514	0,3674	0,0458

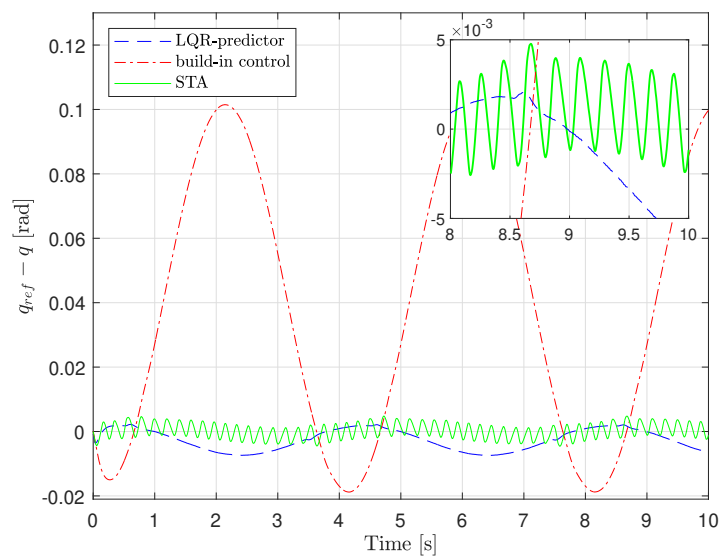


Рисунок 6 — Переходный процесс ошибки слежения $q_{\text{ref}} - q$ для системы, замкнутой LQR с предиктором, системы, замкнутой STA в сравнении со встроенным управлением при $q_{\text{ref}} = 0,2t + 0,19 \sin(0,5\pi t)$

Заключение

В ходе диссертационного исследования получены следующие основные результаты:

1. Проведен анализ существующих методов кинематической калибровки манипуляторов и подходов к управлению приводами в условиях неопределенности, включая частотные методы анализа и синтеза скользящих режимов (глава 1).
2. Разработаны и доказаны аналитически преобразования параметров четырех распространенных кинематических моделей: DH, HAY, CPC и POE, а также алгоритмы на их основе. Аналитическое доказательство алгоритмов существенно уменьшает погрешности при пересчете и обеспечивает их применимость в задачах калибровки (глава 2).
3. Предложен метод автоматизированной калибровки манипулятора и робота-позиционера в составе роботизированной ячейки, основанный на использовании электрического контакта и ограничений в виде плоскостей. Метод не требует применения дорогостоящих внешних измерительных устройств и допускает проведение калибровки в автоматическом режиме (глава 3).
4. Разработана методика и программная реализация настройки коэффициентов алгоритма «Супер-Скручивания» для снижения амплитуды чаттеринга при управлении объектом, описываемым апериодическим звеном первого порядка с запаздыванием. Методика базируется на идентификации параметров объекта в специальной форме и использовании частотных методов анализа (глава 4).
5. Выполнена адаптация предложенной методики к условиям управления скоростью звеньев промышленного манипулятора. Экспериментально подтверждено снижение высокочастотных колебаний по сравнению с базовой настройкой регулятора (глава 4).

Все разработанные алгоритмы и методики реализованы программно и прошли экспериментальную апробацию на промышленном манипуляторе ABB IRB 1600; в результате показано повышение абсолютной точности позиционирования. Таким образом, цель диссертационного исследования — повышение точности позиционирования промышленного манипулятора за счет комплексного подхода, включающего калибровку кинематической модели и синтез робастной системы управления, — достигнута.

Рекомендации. Полученные результаты могут быть рекомендованы к внедрению на предприятиях, эксплуатирующих промышленные роботы, особенно при необходимости автономной работы в агрессивных средах или при ограниченных ресурсах на высокоточное метрологическое оборудование. Перспективные направления дальнейших исследований включают следующее: распространение разработанного метода калибровки на идентификацию динамических параметров манипулятора; интеграцию предложенной методики настройки регуляторов с адаптивными алгоритмами; обобщение методов настройки регуляторов на скользящих режимах для более широкого класса объектов управления; а также учет дополнительных динамических эффектов.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

1. *Sumenkov, O. Y.* Kinematic calibration of an industrial manipulator without external measurement devices [Text] / O. Y. Sumenkov, D. D. Kulminskiy, S. V. Gusev // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2024. — Vol. 20, no. 5. — P. 979—1001. — (Scopus, WoS).
2. *Sumenkov, O.* Analytical Parameter Conversion of CPC and POE Models [Text] / O. Sumenkov // IEEE Robotics and Automation Letters. — 2026. — Vol. 11, no. 2. — P. 1306—1313. — (Scopus, WoS).
3. *Sumenkov, O.* Practical Aspects of Automated Manipulator Calibration With Plane Constraint [Text] / O. Sumenkov // 2025 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). — 2025. — P. 924—929.
4. Super-twisting algorithm gain adjustment strategy for manipulator position control [Text] / O. Sumenkov [et al.] // Lecture Notes in Computer Science (eds. Ronzhin A. et al., ICR2024). — 2024. — Vol. 14898. — P. 15—29. — (Scopus, WoS).
5. *Sumenkov, O. Y.* Revisiting the Reaction Curve Based Tuning Method for Continuous Sliding Mode Controllers: Frequency Domain Analysis [Text] / O. Y. Sumenkov, T. N. Medvedeva, L. M. Fridman // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. — 2026. — Vol. 22, no. 1. — P. 117—138. — (Scopus, WoS).
6. *Medvedeva, T. N.* Step-test based procedure for Super-Twisting Algorithm gains adjustment [Text] / T. N. Medvedeva, O. Y. Sumenkov, L. M. Fridman // 17th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS). — IEEE. 2024. — P. 158—163.